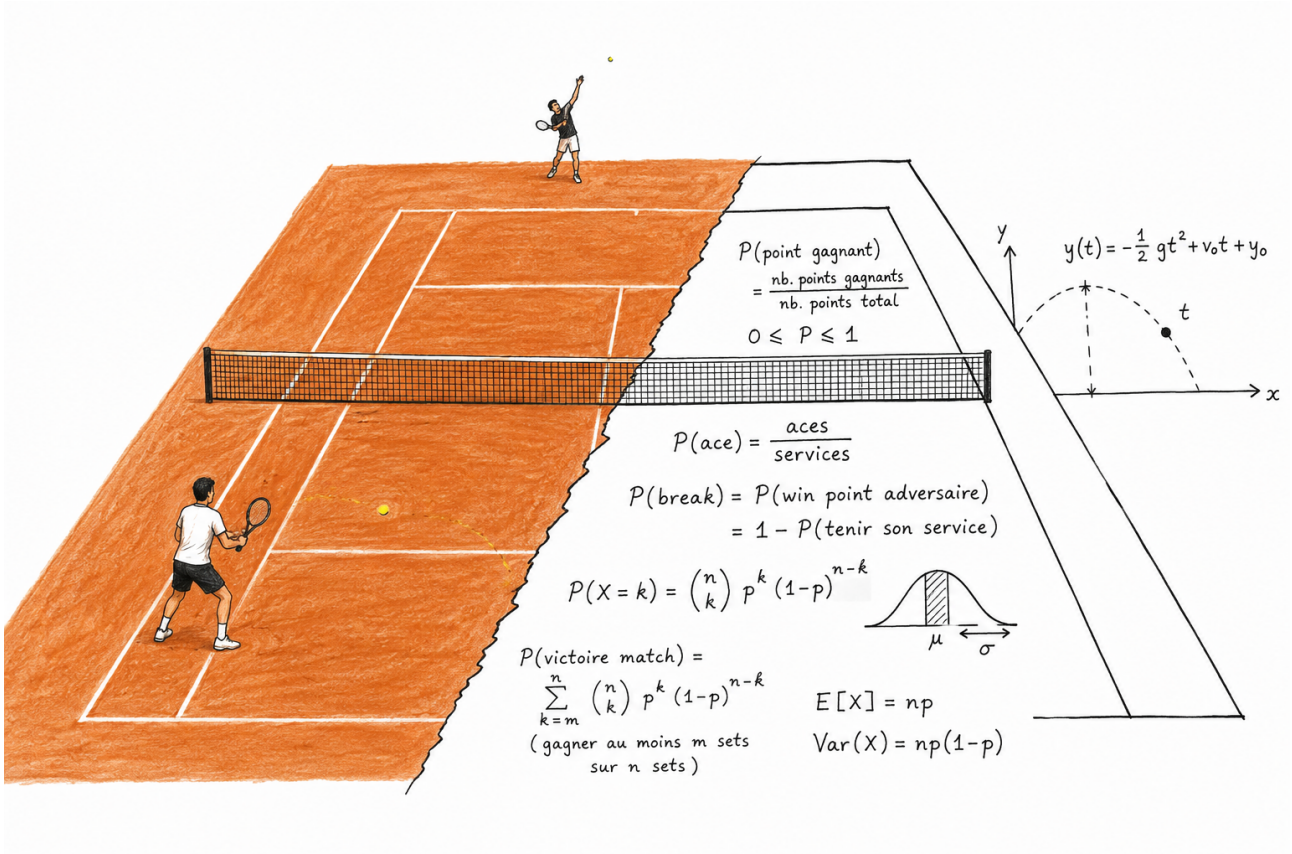
COLLÈGE
SAINT - HUBERT

Comment modéliser mathématiquement le Tennis

Felix Pánek, Jules Doignie

20-22 avril 2026, Liège



Contents

1 Résumé **3**

2 Introduction **3**

3 Première approche **4**

4 Représentation graphique du problème **5**

5 Combinatoires **6**
5.1 Le point 6
5.2 Le jeu 6
5.2.1 Pour $x = 0$ 6
5.2.2 Pour $x = 1$ 7
5.2.3 Pour $x = 2$ 7
5.2.4 Pour $x = 3$ 7
5.2.5 Analytiquement 7
5.3 Le set 9
5.4 Le match 10

6 Probabilités **11**
6.1 Le principe général: la loi binomiale négative 11
6.2 Gagner un jeu: (premier à 4 points) 11
6.3 Gagner un set: (premier à 6 jeux) 12
6.4 Gagner le match: (gagner 3 sets) 12
6.5 Le scénario parfait 12
6.6 Exemples 12
6.7 questionnement 13
6.8 Scénario particulier ? 14

7 Conclusion **14**

8 Remerciements **14**

1 Résumé

Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'atelier Math.en.JEANS. Il explore la modélisation mathématique du Tennis avec l'aide de théories et applications mathématiques (*combinatoires et probabilités*).

2 Introduction

Imaginez vous être les spectateurs d'un match de Tennis. Le bruit des raquettes et l'odeur de la terre battue vous entourent. Vous, grand fan des mathématiques et du tennis, regardez ce match avec grande attention jusqu'au moment où une question vous vient à l'esprit: "Comment modéliser mathématiquement le tennis et calculer la probabilité de gagner un point/un jeu / un set / un match ? C'EST VOTRE JOUR DE CHANCE!!! En effet, vous venez de tomber sur un article qui développe précisément cette question.

3 Première approche

Premièrement, essayons de comprendre le fond de la question pour pouvoir effectuer un travail de recherche adéquat et en lien avec la question. Pour modéliser le Tennis, on peut se demander combien de matchs il existe. Il existe une infinité de scénarios décrivant le déroulement d'un match de Tennis. Pour enlever cette infinité qui nous restreint fortement, il va falloir un peu repenser les règles de notre match.

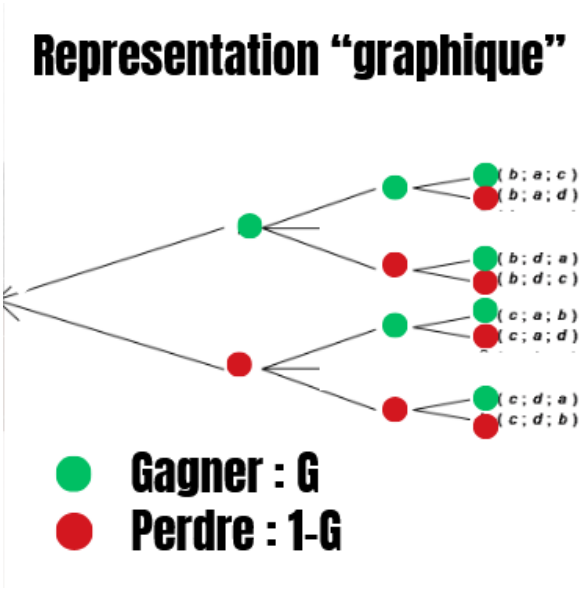
A Roland-Garros, un match se déroule en 3 sets gagnants chez les hommes et 2 chez les femmes. Nous partons ici du principe que notre match se gagne en 3 sets et peut donc durer au maximum 5 sets. Un jeu se gagne en 4 points gagnants (15-0, 30-0, 40-0, JEU (ici, c'est une situation où un joueur gagne tous les points du jeu)). Un set, lui, se gagne (d'habitude) en 6 jeux gagnants (1-0, 2-0, 3-0, 4-0, 5-0, SET (ici, c'est une situation où un joueur gagne tous les jeux du set)). Il est important de noter que, en temps normal, lorsque deux joueurs sont dans une situation d'égalité, l'un d'eux doit gagner 2 points ou jeux de plus pour battre l'adversaire. C'est ce qu'on appelle: "la règle des 2 points/jeux d'écart". Vous remarquerez également que lorsqu'une situation comme celle-ci advient, on pourrait théoriquement avoir un match qui ne fini jamais car, si les joueurs gagnent chacun un point à tour de rôle, alors, aucun d'eux ne marquerait les fameux 2 points d'écart et donc, personne ne gagnerait et le match durerait indéfiniment. Nous devons donc, dans notre démarche, ne pas tenir compte des situations d'égalité telles que: 40-40, Av-40, 6-6, etc.

Une fois les règles fixées, regardons atour de nous si il n'existe pas un exemple de la vie de tous les jours qui nous aiderait à mieux comprendre le problème. Chaque jour, beaucoup d'entre nous utilisent un cadenas que ce soit pour attacher leur vélo, casier ou tout simplement sécuriser le portail de leur maison. Le cadenas est en fait un parfait exemple ici. En effet, pour ouvrir un cadenas, il faut composer un code à 3, 4 ou + chiffres bien précis et dans un ordre bien précis également (ces chiffres allant de 0 a 9). Par exemple, pour un cadenas à 4 chiffres, on a 10 000 possibilités car celles-ci vont de 0000 à 9999. On comprend rapidement toutefois que l'exemple du cadenas est une très bonne première piste mais que celle-ci ne va pas nous mener bien loin.

Essayons maintenant une autre approche: définir les scénarios les plus simples. Ici, il y en a 2 qui sautent aux yeux. Prenons le cas où un des deux joueurs gagne tous les points de la rencontre. Connaissant toutes les caractéristiques et règles de notre match, on peut calculer que le nombre d'échanges sera de 72 (car: 3 sets x(6 jeux x(4 points)) = 72). Au contraire, dans un match serré, un joueur gagnerait avec 72 points et son adversaire en aurait 71. On peut donc conclure que le nombre maximum d'échanges est de 143 (car 72+71=143).

4 Représentation graphique du problème

Passons maintenant à une méthode qui nous permettrait de modéliser et résoudre notre problème: la technique des ramifications (=technique de l'arbre). Le concept est très simple: on part d'un point de départ et on part dans une direction qu'on nomme "G" (Gagne) et dans une autre qu'on nomme "P" (Perd (Comme nous le verrons par la suite, celle-ci se rapporte à l'opération 1-G)). On refait de même à chaque nouveau point. En répétant cette opération assez longtemps, on pourrait compter le nombre de scénarios total possible. Par analogie au cadenas, on comprend que cette technique est une excellente approche mais qu'elle est trop longue à mettre en place et à concrétiser. Faisons-en donc abstraction et essayons de chercher une méthode plus rapide pour arriver à nos fins. Partons donc ici sur la piste d'une méthode analytique...



5 Combinatoires

"*En mathématiques discrètes, la combinatoire (aussi appelée analyse combinatoire) étudie les configurations de collections finies d'objets*".

Dans le cadre le notre recherche, la théorie combinatoire est un atout de taille. En effet, grâce à ses méthodes, celle-ci peut nous aider à trouver précisément ce qu'on cherche, c'est-à-dire le nombre de scénarios possibles pour un match de Tennis.

5.1 Le point

Le point est l'élément de base d'une rencontre de Tennis. Pour trouver le nombre de scénarios possibles pour celui-ci, il ne faut pas aller bien loin. En effet, en partant du point de vue d'un joueur, le point peut-être soit gagné, soit perdu. On peut donc conclure qu'un point peut se dérouler de **2** façons (car il peut être soit gagné, soit perdu).

5.2 Le jeu

De même que pour le point, nous pourrions intuitivement croire qu'un jeu peut se dérouler de 4 façons différentes car un joueur gagne tous les points et l'autre peut en gagner 0,1,2 ou 3. Cette approche est cependant fausse.

Partons ici de nouveau du point de vue d'un joueur. Appelons le "A" et son adversaire "B". Si le joueur A gagne 4 points, alors il sera le vainqueur du jeu puisqu'il faut, rappelons-le, gagner 4 points pour gagner un jeu. Prenons donc la situation antérieure à la dernière, c'est-à-dire la situation où le joueur A a 3 points et son adversaire en a x. La question est donc de savoir comment tous ces points peuvent s'arranger. Essayons de modéliser cette situation...

5.2.1 Pour $x = 0$

Lorsque x vaut 0, c'est-à-dire que le joueur A a 3 points et le joueur B 0, nous avons:

GGG

Nous pouvons donc conclure qu'il n'y a qu'un seul et unique scénario car le joueur A gagne tout et le joueur B rien.

5.2.2 Pour $x = 1$

Cette fois-ci, c'est bien différent. En effet, au lieu d'avoir une suite de points gagnés par un seul joueur (GGG), nous avons un point P. Celui-ci peut se placer à différents endroits de la série comme suit:

PGGG GPGG GGPG GGGP

Nous voyons donc ici qu'il y a 4 scenarios.

5.2.3 Pour $x = 2$

Utilisons le même principe que pour $x = 1$ mais donc cette fois-ci avec deux "P":

PPGGG	PGPGG	PGGPG	PGGGP	GPPGG
GPGPG	GPGGP	GGPPG	GGPGP	GGGPP

Nous voyons donc ici qu'il y a 10 scenarios.

5.2.4 Pour $x = 3$

Par le même principe mais avec trois "P":

GGGPPP	GGPGPP	GGPPGP	GGPPPG	GPGGPP
GPGPGP	GPGPPG	GPPGGP	GPPGPG	GPPPGG
PGGGPP	PGGPGP	PGGPPG	PGPGGP	PGPGPG
PGPPGG	PPGGGP	PPGGPG	PPPGGG	PPGPGG

Nous voyons donc ici qu'il y a 20 scenarios.

5.2.5 Analytiquement

Notre technique de dénombrement est très utile mais comme vous l'aurez sans doute remarqué, plus les chiffres sont grands, plus c'est long. Il faut donc trouver quelque chose qui nous permettrait d'aller plus vite et qu'on pourrait utiliser dans l'importe quel cas de figure.

Prenons l'exemple de 3 cartes: G1, G2 et P. Nous pouvons facilement les arranger comme nous l'avons déjà fait précédemment:

G_1G_2P
G_2G_1P

G_1PG_2
G_2PG_1

PG_1G_2
PG_2G_1

Cet exemple est parfait pour comprendre le concept de base de nos calculs: les factorielles. Ici, nous avons donc 3 cartes (G1, G2 et P). Celles-ci nous donnent finalement 6 arrangements. En fait, 6 = 3! ce qui équivaut à 3 x 2 puisque n! = n x (n-1) x (n-2) x ... x 2 x 1. Revenons en à nos moutons. Nous avions 3 cartes et 6 arrangements. Cependant, si on regarde les arrangements et qu'on fait abstarction des noms de(s) "G", nous avons ceci:

GGP

GPG

PGG

On remarque que, visuellement, nous avons 3 arrangements au lieu de 6. Cela veut dire que nous avons compté chaque arrangement 2 fois. Nos calculs ne sont donc pas corrects puisqu'ils incluent des doublons. Pour les enlever, il va donc falloir procéder à une division. Nous avions 6 arrangements et chaque arrangement a été compte 2 fois. Nous devons donc diviser 6 par 2 afin d'enlever les doublons.

$$\frac{6}{2}$$

En factorielles:

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

Et voilà, nous avons bel et bien le nombre de scénarios sans les doublons. Faisons de même maintenant pour notre Tennis. Rappelons le, nous avons une situation où le joueur A a 3 points et son adversaire en a x. Prenons en donc la factorielle pour les arranger:

$$(3 + x)!$$

Enlevons donc les doublons:

$$\frac{(x + 3)!}{3!\, x!}$$

Nous appelons cela le coefficient binomial. En combiantoires, le coefficient binomial se note:

$$\binom{n}{k}$$

n étant ici le nombre de points avant le dernier et k le nombre de points de l'adversaire. Remplacons donc n et k par nos valeurs pour obtenir notre coefficient binomial:

$$\binom{3+x}{x}$$

Maintenant que nous avons toutes nos combinaisons, il faut en faire la somme pour obtenir notre nombre précis de scénarios:

$$N_{\text{jeu}} = \sum_{x=0}^{3} \binom{3+x}{x}$$

Si on calcule, on trouve 35 comme résultat ce qui correspond avec le dénombrement fait précédemment. En effet, si on additionne tous les résultats de nos dénombrements, on trouve 1+4+10+20 = 35. EUREKA !

5.3 Le set

Pour le set, nous pouvons procéder de la même manière mais avec une petite subtilité en plus. En effet, un jeu est constitué de l'entité la plus simple du Tennis: un point. Le set, lui, est composé de jeux eux-mêmes composés de points. Comme un set comprend 6+x jeux et que chaque jeu peut se dérouler de 35 façons différentes, nous avons:

$$\underbrace{35 \times 35 \times \cdots \times 35}_{6+x} = 35^{6+x}$$

La formule pour les jeux nous donnait le nombre de façons d'arranger les points dans un jeu. Utilisons le même principe mais en considérant donc bien qu'un set est compose de jeux eux-mêmes composes de points. Nous obtenons donc:

$$N_{\text{set}} = \sum_{x=0}^{5} \binom{5+x}{x} 35^{6+x}$$

Après résolution, on obtient pas moins de **68 343 840** scénarios possibles pour un set.

5.4 Le match

Utilisons exactement le même procédé mais en considérant bien qu'un match est composé de sets, eux-même composés de jeux, eux-même composés de points.

Ayant déja calculé le nombre de scénarios pour un set, comme notre calcul considérait déjà le set comme composé de jeux et de points, on peut l'utiliser comme tel et dire qu'un match dure 3+x sets pouvant se dérouler de 68 343 840 façons. On obtient donc:

$$\underbrace{68343840 \times \cdots \times 68343840}_{3+x} = Nset^{3+x}$$

Et donc finalement:

$$N_{\text{match}} = \sum_{x=0}^{2} \binom{2+x}{x} N_{\text{set}}^{3+x}$$

On obtient donc au final un total de pas moins de **8 946 396 391 101 352 972 581 525 133 344 067 584 000** scénarios pour un match.

6 Probabilités

"*Les probabilités sont une branche des mathématiques et des statistiques qui mesure la chance ou la vraisemblance qu'un événement se produise lors d'une expérience aléatoire*".

On note "p" la probabilité qu'un joueur a de gagner un point, cette valeur est comprise entre 0 et 1 puisqu'une probabilité ne peut pas excéder 1, il n'est pas possible d'avoir plus de 100% de chance qu'un évènement se produise. Dès lors, on note $(1-p)$ la probabilité de gagner de l'adversaire, en effet, la somme de toutes les probabilités est toujours égale à 1.

La probabilité de gagner un jeu, un set, puis le match se calcule par récurrence : on additionne les probabilités de tous les chemins possibles menant à la victoire. Ici nous appellerons notre joueur avec p chances de gagner "A" et celui avec $(1-p)$ chances "B".

6.1 Le principe général: la loi binomiale négative

Pour "gagner une épreuve en étant le premier à atteindre N victoires", on raisonne ainsi: le dernier point/jeu/set est forcément gagné par le vainqueur. Donc on cherche tous les chemins où, parmi les $N-1+k$ épreuves précédentes, le vainqueur en a gagné exactement $N-1$ (et perdu k), puis il remporte la dernière.

6.2 Gagner un jeu: (premier à 4 points)

On veut la probabilité de gagner 4 points avant l'adversaire, sans avantage. Le joueur peut perdre 0, 1, 2 ou 3 points en chemin (pas 4, sinon l'adversaire aurait gagné en premier). Pour chaque scénario 'gagner avec k points perdus":

1. Il y a 3 + k points joués avant le dernier, dont 3 gagnés et k perdus → C(3+k, k) arrangements
2. Le dernier point est gagné : probabilité p
3. on multiplie par p^4 pour compter les probabilités de A de gagner, puisqu'il aura gagné 4 points
4. on multiplie également par $(1-p)^k$ pour compter les probabilités de l'adversaire qui aura gagné k fois
5. En tout :

$$P_{\text{jeu}}(p) = \sum_{k=0}^{3} \binom{3+k}{k} \cdot p^4 \cdot (1-p)^k$$

6.3 Gagner un set: (premier à 6 jeux)

La structure est la même à l'exeption que l'on remplace "jeu" par "set" et donc les valeurs correspondront à $N = 6$

$$P_{\text{set}}(p) = \sum_{k=0}^{5} \binom{5+k}{k} \cdot p_g^6 \cdot (1-p_g)^k \quad \text{où } p_g = P_{\text{jeu}}(p)$$

6.4 Gagner le match: (gagner 3 sets)

La logique reste la même, on fixe $N = 3$

$$P_{\text{match}}(p) = \sum_{k=0}^{2} \binom{2+k}{k} \cdot p_s^3 \cdot (1-p_s)^k \quad \text{où } p_s = P_{\text{set}}(p)$$

6.5 Le scénario parfait

Un scénario parfait est un scénario dans lequel le joueur A bat son adversaire à chaque point sans exceptions. Cela veut dire que ,dans aucun cas, l'adversaire ne marque un point. C'est ce que l'on appelle être battu à plates coutures.

$$P_{\text{parfait}}(p) = p^{4\times6\times3} = p^{72}$$

Ici, nous avons juste mis le p à la puissance du minimum de points joués pour finir le match, puisque le match se résumera juste au joueur A qui gagne tous les points d'un coup.

6.6 Exemples

Imaginons qu'un arbitre, excellent dans son domaine, ait la capacité de prédire avec précision les probabilités de gagner un point de chaque joueur par rapport à leur adversaire. Nos deux joueurs s'appellent Boris et Nino. L'arbitre a remarqué que Nino était sujet à une légère

douleur au bras et qu'il sera donc moins performant, il définit donc la probabilité (de gagner un point contre Nino) de Boris à **0,7** et celle de Nino à $1 - p$, donc **0,3**.

Si on entre ces données dans nos formules, les résultats sont les suivants:

Boris a

- 70% de chances de gagner un *point*
- $87,4\%$ de chances de gagner un *jeu*
- $99,9\%$ de chances de gagner un *set*
- 100% de chances de gagner le *match*
- $0,01\%$ de chances d'effectuer *scénario parfait*

Qu'en est-il du scénario dans lequel les probabilités de gagner un point sont parfaitement partagées, c'est à dire 50-50 ? La réponse est plutôt instinctive; en effet, pour le jeu, le set et le match, les chances de gagner restent de 50% et la rencontre va, dès lors, être équilibrée.

6.7 questionnement

Pendant nos recherches, une question nous est venue à l'esprit. Comment se fait-il que nous puissions juste remplacer, dans nos formules, p par p_g et ensuite p_g par p_s pour décrire les probabilités de gagner ?

Après de multiples réflexions , nous avons tiré la conclusion suivante : nous pouvons substituer les probabilités par le résultat du calcul précédent car cela revient à simplifier le facteur en cause en indiquant le résultat du calcul directement au lieu de réécrire celui-ci. De ce fait, il n'est pas possible de calculer les probabilités de gagner un set avant d'avoir calculé celles de gagner un jeu de même sorte qu'il n'est pas possible de calculer les probabilités de gagner un match avant de calculer celles de gagner un set. Cela a du sens car à chaque fois que nous rajoutons des points à jouer pour réaliser un certain scénario, nous amincissons les chances que celui ci se déroule; et c'est normal, qu'en rajoutant des facteurs de probabilités, les chances maigrissent car une probabilité est comprise entre 0 et 1 et que multiplier par un facteur compris dans cet intervalle signifie diminuer.

Il est important de notifier que nous avons beaucoup abordé la question des probabilités de gagner; cependant, cela ne documente pas une autre question qui est celle des probabilités qu'un certain scénario précis se déroule. évidement, comme expliqué ci-dessus, au plus il y a de facteur

6.8 Scénario particulier ?

Malgré tout, vous vous posez encore peut être cette question: comment calculer les probabilités qu'un scénario de match spécifique se déroule ? Au départ, nous nous sommes dit qu'un moyen d'y arriver serait de prendre nos résultats du nombre total de scénarios possibles pour un match et de dire que nos chances qu'un scénario spécifique se déroule soient d'une sur ce nombre. Cependant, cela n'est pas correct puisque cela ne prend pas en compte le fait qu'un joueur a plus de chances de gagner le match que l'autre, et qu'il n'y a donc pas autant de chances qu'un scénario gagnant se déroule qu'un scénario perdant. Pour intégrer en sus cette difficulté, il faut simplement calculer le produit des probabilités de chaque point :

$$P(\text{chemin}) = p^n \cdot (1-p)^m$$

Ici nous avons donc p^n pour les points gagnants et $(1-p)^m$ pour les points perdants ("n" étant le nombre de points gagnés et "m" perdus).

7 Conclusion

Pour conclure, on observe qu'un match de tennis est bien plus qu'un sport mais aussi un exemple de la vie quotidienne qui montre que les mathématiques se cachent partout et ce, même là où on ne s'y attendrait pas. De plus, nous avons, tout au long de notre travail, pris beaucoup de plaisir à nous mettre dans la peau de chercheurs et à devoir réellement nous creuser les méninges pour trouver des réponses à nos questions. Nous avons trouvé l'expérience de Math-en-Jeans très enrichissante et pleine de sens.

8 Remerciements

Merci au projet Math-en-Jeans, à son organisation et à tous ceux qui y ont participé. Nous souhaitons remercier les chercheurs de l'ULB qui nous ont aidés à démystifier certains problèmes. Nous voulons également remercier les professeurs du Collège Saint-Hubert pour l'organisation tout au long de l'année scolaire.